

# 直流非平衡电桥

## 实验报告

信息科学技术学院 李毅 PB22051031

教室：一教 1215 座位号：2

2023 年 10 月 16 日

## 摘要

直流非平衡电桥是一种精密的测量电阻的仪器,本次实验中我们了解了其工作和组成原理,应用外接电阻箱法研究了非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度,并且还研究了桥臂电阻对非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度的影响。最后我们利用所搭建的非平衡电桥,测量铜丝的电阻温度系数。

## 第一部分 实验背景介绍

直流电桥是一种精密的电阻测量仪器,在实际工程和科学实验中具有重要的应用价值。根据测量方式,电桥可分为平衡电桥和非平衡电桥。

平衡电桥通过将待测电阻与标准电阻进行比较,通过调节电桥使其平衡,从而得到待测电阻的值。常见的平衡电桥包括单臂直流电桥(如惠斯登电桥)和双臂直流电桥(如开尔文电桥)。然而,平衡电桥只适用于测量具有相对稳定状态的物理量。

在实际工程和科学实验中,很多物理量是连续变化的,无法使用平衡电桥来测量。因此,需要使用非平衡电桥来测量这些物理量。非平衡电桥的基本原理是通过桥式电路来测量电阻,根据电桥输出的不平衡电压,再进行简单的线性运算处理,从而得到电阻的变化量,进而推算出引起电阻变化的其他物理量。

## 第二部分 实验原理和方法

### 2.1 实验器材

直流稳压电源、3 个分度值为  $0.1\Omega$  的电阻箱,1 个分度值为  $0.01\Omega$  的电阻箱、万用表(用作伏特表)、Keithy2000(用作微伏表)、铜丝(漆包线)、加热台、温度计、导线等。

### 2.2 实验原理

直流非平衡电桥原理如图 1 所示,当  $\frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_1}$  时,电桥平衡。 $U_g = 0$ 。当用  $R_4 + \Delta R$  代替  $R_4$  时,  $\frac{R_3}{R_2} \neq \frac{R_4 + \Delta R}{R_1}$ , 此时  $U_g \neq 0$ , 为非平衡状态。

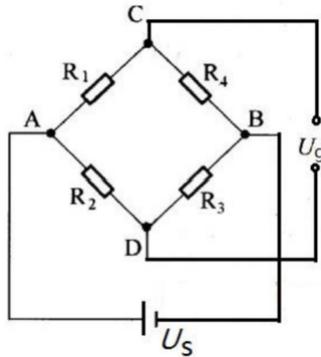


图 2.1 非平衡电桥电路图

$U_g$  使用理想高精度电压表测出。用电路分析有关知识，输出的非平衡电压为：

$$U_g = \frac{R_2 R_4 + R_2 \Delta R - R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3) + \Delta R(R_2 + R_3)} U_s \quad (1)$$

本实验中，为简化计算，使用等臂电桥，代入等臂条件： $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ ，并称电阻的应变量为  $\delta = \frac{\Delta R}{R_0}$ 。将其代入 (1) 式，得到：

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\delta} \quad (2)$$

若  $\Delta R \ll R_0$ ，即  $\delta \rightarrow 0$  时，有：

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta = \frac{U_s}{4R_0} \Delta R \quad (3)$$

这样，非平衡电桥输出电压  $U_g$  与桥臂电阻的变化量  $\Delta R$  成正比，为线性关系。

若  $\Delta R$  较大，(2) 式中的  $\frac{\delta}{2}$  项不能省略，此时  $U_g$  与  $\delta$  呈非线性关系。

## 第三部分 实验内容和步骤

### 3.1 实验一：研究非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度

用外接电阻箱法研究非平衡电桥的  $U_g$  与  $\delta$  关系，作出  $U_g - \delta$  曲线，并对此实验曲线与理想直线（式 (3)）之间进行误差分析，以确定电桥输出的线性范围和灵敏度。

实验步骤如下：

- (1) 调节电源输出电压，同时用万用表直流电压档来校准，使其输出电压为  $U_s = 2.0V$ 。电路如图 1 所示并用导线连接好，用高精度台式万用表（Keithy2000）来测量  $U_g$ 。
- (2) 先取电桥为等臂，即： $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0 = 1k\Omega$ ，由于导线存在有一定的电阻，微调  $R_3$  的值，使  $U_g$  为零，此时电桥平衡，并记录  $R_3$  的具体值。
- (3) 改变  $R_4$  从 800 至 1200  $\Omega$ ，每次变化量为 20  $\Omega$ ，按顺序记下各  $U_g$  的值，作出  $U_g - \delta$  曲线。
- (4) 根据公式 (3) 过原点作一条直线  $U_g^{\text{理论}} - \delta$ ，并与实际测量的  $U_g^{\text{实测}} - \delta$  曲线进行比较，得出  $U_g - \delta$  的线性关系成立的  $\delta$  取值范围。
- (5) 测算在此桥臂电阻值下，电桥在零点附近的绝对灵敏度。

### 3.2 实验二：研究桥臂电阻对非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度的影响

保持电源电压  $U_s = 2.0V$  不变，改变  $R_0$  的值，研究非平衡电桥的线性范围和灵敏度与  $R_0$  的关系。

实验步骤如下：

- (1) 电路图仍如图 1 所示, 保持电源电压  $U_s = 2.0V$  不变, 取电桥为等臂, 即  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ ,  $R_0$  改取  $5000\Omega$  和  $50\Omega$ , 微调  $R_3$  的值, 使  $U_g$  为零, 此时电桥平衡, 并记录  $R_3$  的具体值。
- (2) 改变  $R_4$  的阻值, 每次改变量为  $\frac{R_4}{2\%}$ 。取值范围取  $(R_0 - 20\%R_0, R_0 + 20\%R_0)$ 。记录桥路输出电压数据, 画图测算线性范围, 并计算电桥在零点附近的绝对灵敏度。
- (3) 结合实验一数据, 分析  $U_g$  与  $\delta$  之间近似满足线性关系时的  $R_4$  取值范围, 此范围的长度  $\Delta R_4$  与  $R_0$  大小之间的关系; 同时分析实测零点绝对灵敏度大小与  $R_0$  大小之间的关系。

### 3.3 实验三：使用非平衡电桥测量铜丝的电阻温度系数

利用搭建的直流非平衡电桥, 测量并记录铜丝的电阻, 以及其电阻随温度的改变值。计算铜丝的电阻温度系数, 在  $0^\circ C$  和  $20^\circ C$  时的值和不确定度。

实验步骤如下:

- (1) 由于铜丝电阻较小, 取桥臂电阻为  $50\Omega$ , 用 Keithy2000 来测量桥路输出电压  $U_g$ 。保持恒压源输出电压为  $2.0V$ , 微调  $R_3$  的值, 使  $U_g$  尽可能的小 ( $< |0.01mV|$ ), 并记录对应的  $U_{g0min}$ 。
- (2) 把  $3m$  长, 直径为  $0.60mm$  的铜丝 (漆包线) 串联到  $R_4$  所在的桥臂上。把铜丝浸没在陶瓷杯内的水中, 用温度计测量水温  $t$ , 记录水温并测量当前水温下桥路输出电压  $U_g(t)$  值, 并与没有串联铜丝时  $U_{g0min}$  比较。
- (3) 用加热台对杯子里水进行加热, 铜丝温度缓慢上升。每隔  $5^\circ C$  记录一下对应的  $U_g(t)$ , 直到  $85^\circ C$  为止。
- (4) 根据各个不同温度点下的  $U_g(t)$  值 (与没有串联铜丝时  $U_{g0min}$  比较), 利用简单的线性关系 (式 (3)), 计算出铜丝在各个温度点下的电阻值  $R_{Cu(t)}$ , 并作出  $R_{Cu(t)} - t$  的散点图以及拟合直线。求出拟合直线的斜率, 并推算  $0^\circ C$  和  $20^\circ C$  时的铜丝电阻。
- (5) 根据电阻温度系数定义式  $\alpha_T = k/R_T$ , 计算铜丝的在  $0^\circ C$  和  $20^\circ C$  处的电阻温度系数  $\alpha_t$ , 以及在  $P = 95\%$  置信概率下的相对不确定度  $u_\alpha/\alpha$  和绝对不确定度  $u_\alpha$  (A 类不确定度)。

## 第四部分 实验数据和分析

### 4.1 实验一：研究非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度

#### 4.1.1 实验数据

#### 4.1.2 测算线性关系成立范围

根据此表做出  $U_g - \delta$  拟合曲线。根据公式 (3) 过原点做一条直线  $U_g^{\text{理论}} = 500\delta$ , 令  $U_\delta = \frac{|U_g^{\text{实测}} - U_g^{\text{理论}}|}{|U_g^{\text{理论}}|}$ , 并做出  $U_\delta - \delta$  关系图, 当  $U_\delta < 0.05$  时, 即认为  $U_g - \delta$  线性关系成立。

表 1:  $R_0 = 1k\Omega$  时, 桥路二端点 C、D 输出电压差与桥臂电阻改变量  $\Delta R$  的关系 ( $R_3 = 1000.06\Omega$ )

$R_4/\Omega$	800	820	840	860	880	900	920	940	960	980	1000
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	-200	-180	-160	-140	-120	-100	-80	-60	-40	-20	0
$\delta = \Delta R/R_0$	-20%	-18%	-16%	-14%	-12%	-10%	-8%	-6%	-4%	-2%	0%
$U_g(mV)$	-111.249	-99.034	-87.082	-75.389	-63.944	-52.742	-41.772	-31.027	-20.502	-10.189	-0.005
$R_4/\Omega$	1020	1040	1060	1080	1100	1120	1140	1160	1180	1200	
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	
$\delta = \Delta R/R_0$	2%	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%	18%	20%	
$U_g(mV)$	9.906	19.615	29.136	38.475	47.631	56.619	65.439	74.095	82.593	90.932	

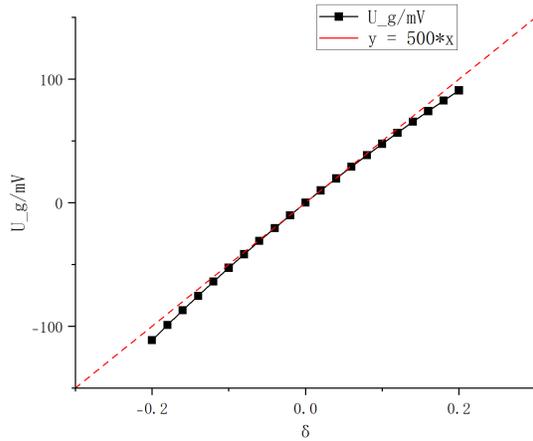


图 4.1.1  $R_0 = 1000\Omega$  时  $U_g^{\text{理论}} - \delta$  直线以及  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线

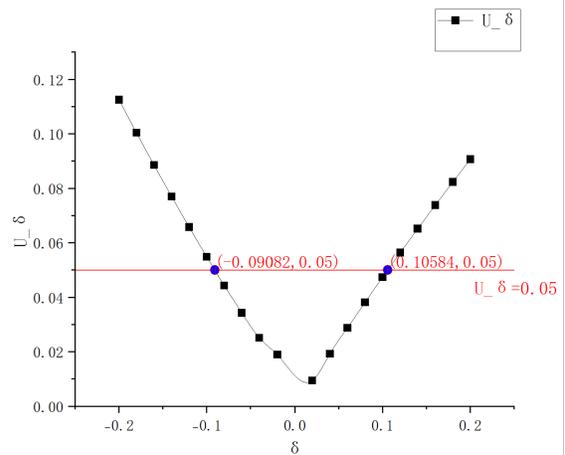


图 4.1.2  $R_0 = 1000\Omega$  时  $U_\delta - \delta$  关系图

如图 4.1.1, 图 4.1.2 所示,  $U_g - \delta$  线性关系成立的  $\delta$  取值范围为  $-0.09082 < \delta < 0.10584$ , 与理论值:  $-0.09524 < \delta < 0.10526$  左误差为 4.64%, 右端点误差为 0.55%, 均小于 5%, 误差在合理范围内。此时  $R_4$  取值范围为  $909.18\Omega < R_4 < 1105.84\Omega$ 。

#### 4.1.3 测算电桥在零点附近的绝对灵敏度

绝对灵敏度的公式为  $S = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta U_g}{\Delta R} = \frac{1}{R_0} \lim_{\Delta \delta \rightarrow 0} \frac{\Delta U_g}{\Delta \delta}$ , 因此, 可以对 4.1.1 中的拟合曲线进行求导, 得到  $\lim_{\Delta \delta \rightarrow 0} \frac{\Delta U_g}{\Delta \delta} - \delta$  关系, 如图 4.1.3 所示的曲线所示。再除以  $R_0$  值即可得到绝对灵敏度  $S$ 。

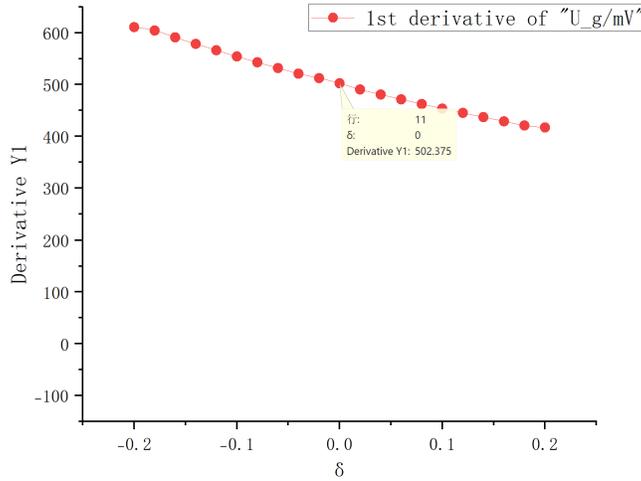


图 4.1.3  $R_0 = 1000\Omega$  时  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线的导数曲线

如图 4.1.3 所示，在  $\delta = 0$  处，绝对灵敏度为  $0.502375mV/\Omega$

## 4.2 实验二：研究桥臂电阻对非平衡电桥的输出的线性范围和灵敏度的影响

### 4.2.1 当 $R_0=5000\Omega$ 时

实验数据如下表

表 2:  $R_0 = 5k\Omega$  时，桥路二端点 C、D 输出电压差与桥臂电阻改变量  $\Delta R$  的关系 ( $R_3 = 5000.34\Omega$ )

$R_4/\Omega$	4000	4100	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	-1000	-900	-800	-700	-600	-500	-400	-300	-200	-100	0
$\delta = \Delta R/R_0$	-20%	-18%	-16%	-14%	-12%	-10%	-8%	-6%	-4%	-2%	0%
$U_g(mV)$	-111.181	-98.966	-87.018	-75.323	-63.877	-52.674	-41.701	-30.978	-20.433	-10.122	0.001
$R_4/\Omega$	5100	5200	5300	5400	5500	5600	5700	5800	5900	6000	
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
$\delta = \Delta R/R_0$	2%	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%	18%	20%	
$U_g(mV)$	9.905	19.615	29.138	38.480	47.642	56.632	65.453	74.111	82.609	90.973	

同实验一，根据此表做出  $U_g - \delta$  拟合曲线。根据公式 (3) 过原点做一条直线  $U_g^{\text{理论}} = 500\delta$ ，令  $U_\delta = \frac{|U_g^{\text{实测}} - U_g^{\text{理论}}|}{|U_g^{\text{理论}}|}$ ，并做出  $U_\delta - \delta$  关系图。

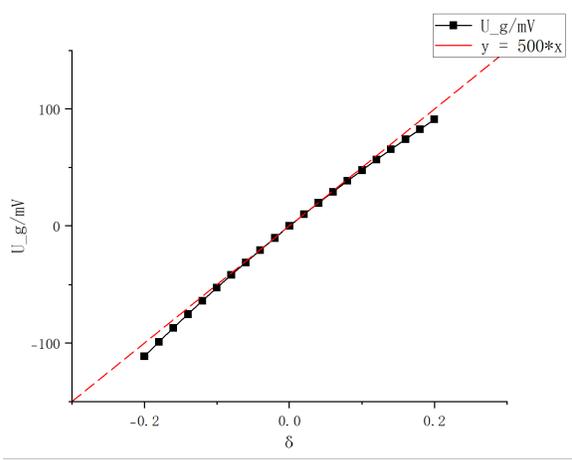


图 4.2.1  $R_0 = 5000\Omega$  时  $U_g^{\text{理论}} - \delta$  直线以及  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线

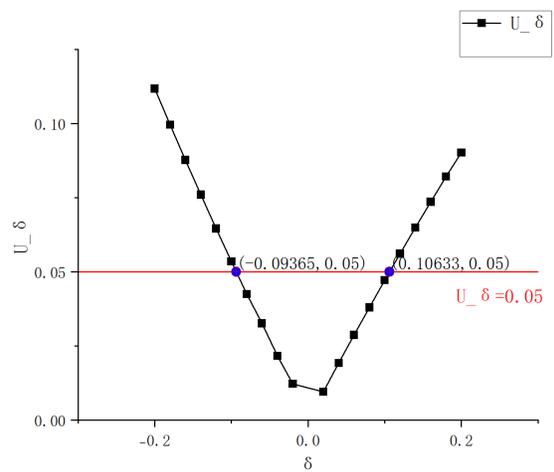


图 4.2.2  $R_0 = 5000\Omega$  时  $U_\delta - \delta$  关系图

如图 4.2.1, 图 4.2.2 所示,  $U_g - \delta$  线性关系成立的  $\delta$  取值范围为  $-0.09365 < \delta < 0.10633$ , 与理论值:  $-0.09524 < \delta < 0.10526$  左误差为 1.67%, 右端点误差为 1.02%, 均小于 5%, 误差在合理范围内。此时  $R_4$  取值范围为  $4531.75\Omega < R_4 < 5531.65\Omega$ 。

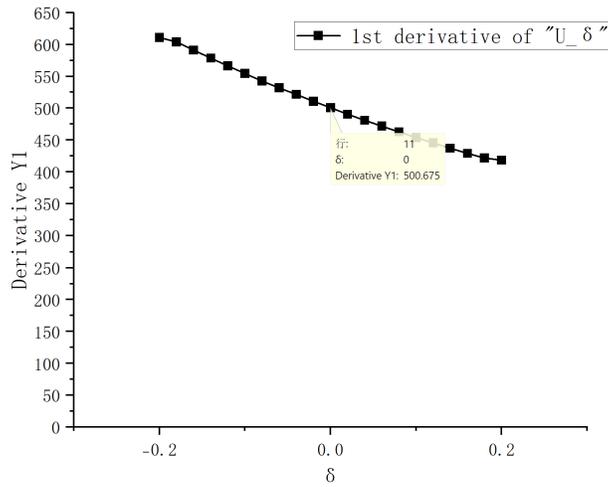


图 4.2.3  $R_0 = 5000\Omega$  时  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线的导数曲线

同实验一方法, 如图 4.2.3 所示, 在  $\delta = 0$  处, 绝对灵敏度为  $0.100135\text{mV}/\Omega$

#### 4.2.2 当 $R_0=50\Omega$ 时

实验数据如下表

同实验一, 根据此表做出  $U_g - \delta$  拟合曲线。根据公式 (3) 过原点做一条直线  $U_g^{\text{理论}} = 500\delta$ ,

令  $U_\delta = \frac{|U_g^{\text{实测}} - U_g^{\text{理论}}|}{|U_g^{\text{理论}}|}$ , 并做出  $U_\delta - \delta$  关系图。

表 3:  $R_0 = 50\Omega$  时, 桥路二端点 C、D 输出电压差与桥臂电阻改变量  $\Delta R$  的关系 ( $R_3 = 50.01\Omega$ )

$R_4/\Omega$	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$\delta = \Delta/R_0$	-20%	-18%	-16%	-14%	-12%	-10%	-8%	-6%	-4%	-2%	0%
$U_g(mV)$	-110.909	-98.773	-86.802	-75.17	-63.679	-52.562	-41.574	-30.884	-20.352	-10.083	-0.025
$R_4/\Omega$	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
$\Delta R = R_4 - R_0/\Omega$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$\delta = \Delta/R_0$	2%	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%	18%	20%	
$U_g(mV)$	9.854	19.583	29.063	38.422	47.539	56.536	65.32	74.008	82.451	90.799	

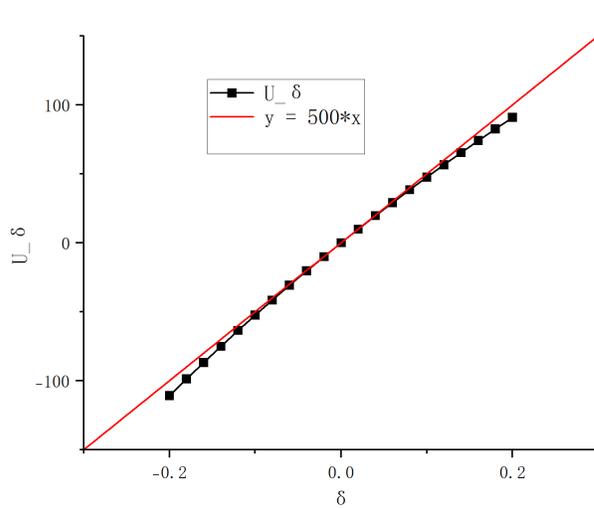


图 4.3.1  $R_0 = 50\Omega$  时  $U_g^{\text{理论}} - \delta$  直线以及  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线

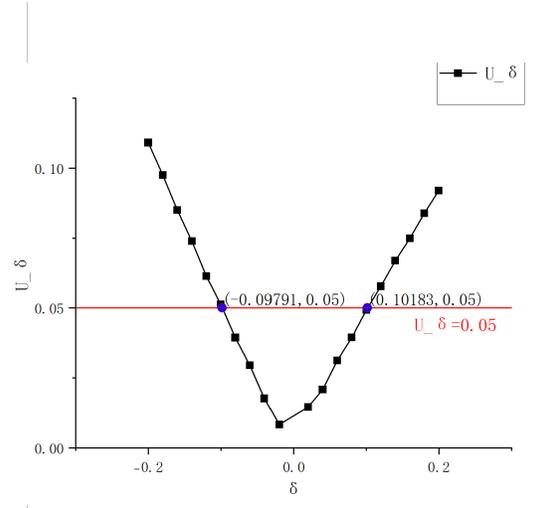


图 4.3.2  $R_0 = 50\Omega$  时  $U_\delta - \delta$  关系图

如图 4.3.1, 图 3.3.2 所示,  $U_g - \delta$  线性关系成立的  $\delta$  取值范围为  $-0.09791 < \delta < 0.10183$ , 与理论值:  $-0.09524 < \delta < 0.10526$  左误差为 2.80%, 右端点误差为 3.26%, 均小于 5%, 误差在合理范围内。此时  $R_4$  取值范围为  $45.1045\Omega < R_4 < 55.0915\Omega$ 。

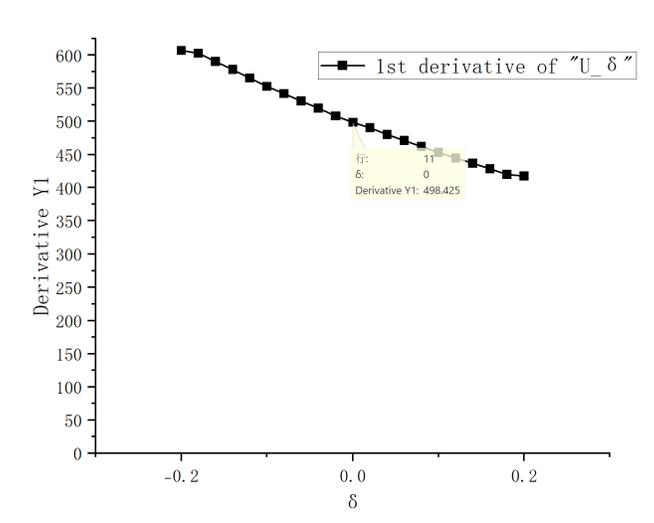


图 4.3.3  $R_0 = 50\Omega$  时  $U_g^{\text{实际}} - \delta$  拟合曲线的导数曲线

同实验一方法，如图 4.3.3 所示，在  $\delta = 0$  处，绝对灵敏度为  $9.9685mV/\Omega$

#### 4.2.3 总结

综合在  $R_0 = 1000\Omega$ ， $R_0 = 5000\Omega$ ， $R_0 = 50\Omega$  下的三组数据，发现  $R_0$  越大， $U_g - \delta$  线性关系成立的  $\delta$  取值范围越大，零点绝对灵敏度越小。

#### 4.3 实验三：使用非平衡电桥测量铜丝的电阻温度系数

测量结果如下表所示。由  $R = 4 \frac{U_g - U_{gmin}}{U_S}$ 。有  $U_{gmin} = 0.062mV$  (此电阻箱分度值下的最小值)。

表 4: 不同温度下对应的铜丝电阻

$T/^\circ C$	27.8	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
$U_g/mV$	2.179	2.198	2.233	2.267	2.298	2.34	2.379	2.425	2.466	2.509	2.545	2.583	2.62
$R/\Omega$	0.2117	0.2136	0.2171	0.2205	0.2236	0.2278	0.2317	0.2363	0.2404	0.2447	0.2483	0.2521	0.2558

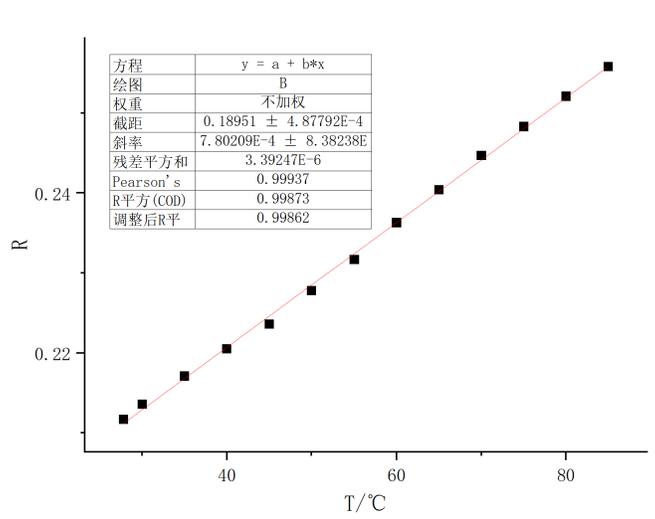


图 5 温度与铜丝电阻的关系

如图 5 所示,  $R_{Cu} = 7.802 \times 10^{-4}t + 0.1895$ 。由此计算出在  $0^\circ\text{C}$  和  $20^\circ\text{C}$  时铜丝电阻的拟合值分别为  $0.1895\Omega$  和  $0.2051\Omega$ 。根据电阻温度系数定义公式  $\alpha_T = \frac{k}{R_T}$ , 铜丝在  $0^\circ\text{C}$  和  $20^\circ\text{C}$  时电阻温度系数为  $0.00412(^\circ\text{C})^{-1}$  和  $0.00380(^\circ\text{C})^{-1}$ 。

由图 5, 相关系数  $r = 0.99937$

$$\text{斜率 } k \text{ 的标准不确定度 } u_k = k \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{13 - 2}} = 8.354 \times 10^{-6}$$

$$\text{截距 } b \text{ 的标准不确定度 } u_b = \sqrt{x^2} u_k = 4.861 \times 10^{-4}$$

设斜率与截距的相关系数为 0, 则

$$\text{相对不确定度 } \frac{u_\alpha}{\alpha} = \sqrt{\left(\frac{u_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{u_b}{b}\right)^2} = 0.011。$$

$$20^\circ\text{C} \text{ 时绝对不确定度 } u_{\alpha_{20}} = 4.18 \times 10^{-5}。$$

根据铜丝参数  $\rho = 0.0175\Omega \times \frac{mm^2}{m}$ ;  $l = 3m$ ;  $\Phi = 0.60mm$ , 得出  $20^\circ\text{C}$  下, 铜丝电阻为  $0.1857\Omega$ 。与实验结果的误差达到了 10.4%。猜测可能是因为铜丝漆包线破损导致漏电使得电阻变大。

## 第五部分 思考题

### 6.1 简述直流非平衡电桥与直流平衡电桥的关系

直流平衡电桥是把待测电阻与标准电阻进行比较, 通过调节电桥平衡, 从而测得待测电阻值。非平衡电桥的基本原理是通过桥式电路来测量电阻, 根据电桥输出的不平衡电压, 再进行简单的线性运算处理, 从而得到电阻的变化量。

因此, 直流非平衡电桥可以看作是直流平衡电桥的一种扩展应用形式, 用于测量无法通过平衡条件精确测量的连续变化的物理量。

6.2 为什么在实验内容 1 中,  $\Delta R_4$  的绝对值相同时,  $R_4$  小于  $1000\Omega$  时的  $U_g$  值比  $R_4$  大于  $1000\Omega$  时的  $U_g$  值, 绝对值大?

由 (2) 式

$$U_g = \frac{U_s}{4} \delta \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\delta} \quad (2)$$

求导得

$$U_g' = \frac{U_s}{4} \frac{4}{(2 + \delta)^2}$$

故当  $\delta < 0$  时的  $U_g'$  大于  $\delta > 0$  时的  $U_g'$ ,  $R_4$  小于  $1000\Omega$  时的  $U_g$  变化率更大, 故在  $\Delta R_4$  的绝对值相同时,  $U_g$  的绝对值更大。此点在图 4.1.3, 图 4.2.3, 图 4.3.3 中也有体现。

6.3 假设用非平衡电桥来测量一个热敏电阻的电阻值随温度的变化,  $U_s = 2.0V$ , 毫伏表最小刻度为  $1\text{mV}$ , 在室温 ( $35^\circ C$ ) 到  $85^\circ C$  度范围内, 热敏电阻的电阻值改变  $50\Omega$ 。取等臂电桥, 为了保证测量的灵敏度 (即: 每隔  $5^\circ C$  读一次输出电压值, 变化量不小于  $1\text{mV}$ ) 并且保持 (与理论线性之间的) 误差小于  $5\%$  的线性范围, 请问  $R_0$  取多少比较合适? (指取值范围的上、下限。)

$\delta = \frac{\Delta R}{R_0}$  的理论范围为  $-\frac{10}{105} < \delta < \frac{10}{95}$ , 本实验中要求量程为  $50\Omega$ , 初始处于零点位置, 同时并不确定热敏电阻是正温度系数还是负温度系数, 因此取  $\delta$  小值进行计算。代入  $\Delta R = 50\Omega$  得到  $R_0 = 525\Omega$ 。故下限为  $R_0 = 525\Omega$ 。

理论上电桥在零点附近的绝对灵敏度  $S = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta U_g}{\Delta R} = \frac{U_s}{4R_0}$  本实验中要求电阻改变  $5\Omega$  电压改变不小于  $1\text{mV}$ , 即在零点附近的绝对灵敏度不小于  $0.2\text{mV}/\Omega$ , 即为  $R_0 < 2500\Omega$ 。

故  $525\Omega < R_0 < 2500\Omega$ 。

6.4 把计算出来的 Cu 丝电阻温度系数 ( $t=20^\circ C$ ) 与参考值  $0.00393(^\circ C)^{-1}$  进行比较, 并分析测量的精确程度, 以及产生误差的可能原因。

测量值为  $0.00380(^\circ C)^{-1}$ , 误差为  $3.3\%$ 。由于实验中测量温度方法较为粗糙, 可能存在测量温度不准确; 同时不同的 Cu 丝可能有微小的差异, 导致温度系数不同。因此该误差可以认为在合理范围内。

## 第六部分 结论

通过本次实验, 我们得知了非平衡电桥的线性区间和灵敏度受到桥臂电阻  $R_0$  的影响,  $R_0$  越大,  $U_g - \delta$  线性关系成立的  $\delta$  取值范围越大, 即非平衡电桥的量程越大, 但同时零点绝对灵敏度越小, 测量精度下降。

非平衡电桥具有精度高、响应速度快、适用范围广等优点, 通过使用非平衡电桥, 可以精密测量电阻。除了用来测量铜丝的电阻温度系数, 在工程中, 非平衡电桥还被广泛应用于传感器、仪

器仪表、自动控制系统等领域，为各行各业的产品和系统提供了更精准的测量手段，有助于提高工业生产效率和产品质量。

## 致谢

感谢中国科学技术大学物理实验教学中心和郭玉刚老师