

# 拉伸法测量钢丝的杨氏模量

## 实验报告

PB22051031 李毅

PHYS1008B.02

教室：一教 1413 座位号：4

2023 年 4 月 9 日

## 1. 实验原理

在材料弹性限度内，应力  $\frac{F}{S}$ （即法向力与力所作用的面积之比）和应变  $\frac{\Delta L}{L}$ （即长度的变化与原来的长度）之比是一个常数，即

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{FL}{S\Delta L} \quad (1)$$

根据式 (1) 即可计算出材料的杨氏模量  $E$ 。式中  $F$  可以由砝码的重力提供， $S$  可以通过螺旋测微器测量钢丝的直径  $d$  和公式  $S = \frac{\pi}{4}d^2$  得到， $L$  可以用米尺测得，而因为刚性材料在外力拉伸下一般伸长量  $\Delta L$  很小，所以需要采用光学放大法，将其放大，本实验采用光杠杆放大法测量  $\Delta L$ 。

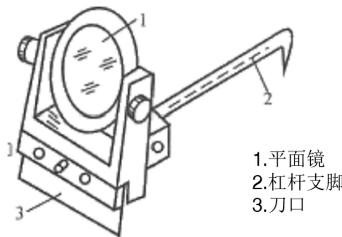


图 1. 光杠杆结构图

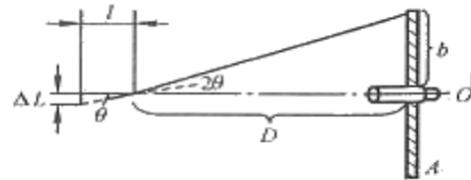


图 2. 光杠杆原理图

光杠杆放大原理如图 1 所示，它是一个带有可旋转平面镜的支架，平面镜的镜面基本垂直于刀口和足尖所决定的平面，其后足即杠杆的支脚与被测物接触。当金属丝受到向下的拉力  $F$  作用时，杠杆支脚将随被测物下降微小距离  $\Delta L$ ，平面镜镜面的法线将转过一个  $\theta$  角，此时从望远镜中看到的标尺刻度是标尺经过平面镜反射所成的像，从尺子发出的入射线和反射线的夹角为  $2\theta$ ，如图 2 所示，当  $\theta$  很小时，

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{\Delta L}{l} \quad (2)$$

其中  $l$  为光杠杆的臂长，由图 2 得：

$$\tan 2\theta \approx 2\theta = \frac{b}{D} \quad (3)$$

式中  $D$  为镜面到标尺的距离,  $b$  为在拉力  $F$  作用下标尺读数的改变。由 (2)(3) 得

$$\Delta L = \frac{bl}{2D} \quad (4)$$

即可通过用米尺测量  $b, l, D$  测得  $\Delta L$ 。由 (1)(4) 得

$$b = \frac{2DL}{SlE} F \quad (5)$$

通过测得一系列的  $F$  与  $b$ , 即可同过最小二乘法得到金属丝的杨氏模量  $E$ 。

## 2. 实验装置

杨氏模量测量仪实验装置如图 3 所示

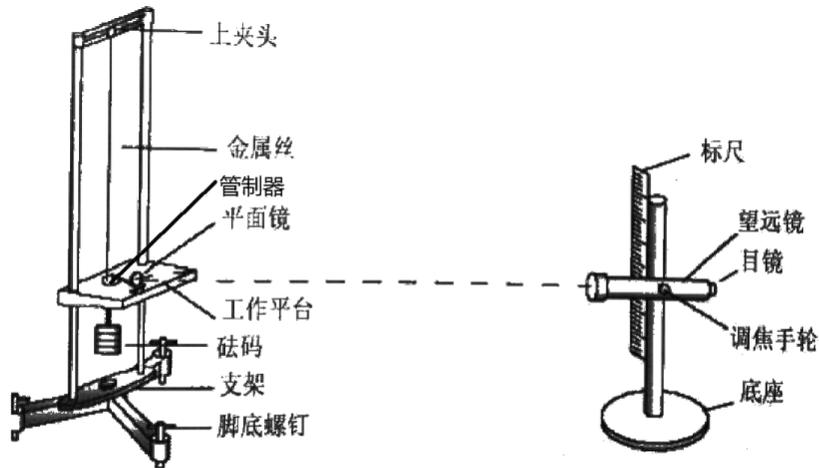


图 3. 杨氏模量测量仪实验装置

### 实验器材

支架, 钢丝, 管制器, 平面镜, 砝码若干, 标尺, 望远镜, 钢卷尺, 螺旋测微器, 水平仪等。

### 说明

待测金属丝上端夹紧悬挂于支架顶部, 穿过中空的圆柱形管制器后, 下端被管制器底部夹紧, 支架中部有一平台, 平台中一圆孔, 管制器能在孔中上下自由移动, 砝码加在管制器下的砝码托上, 提供拉力。

### 3. 实验步骤

- (1) 借助水平仪，调节底座螺丝，使工作平台水平，调节平台的上下位置，使管制器顶部与平台的上表面共面
- (2) 读取螺旋测微器空程，使用螺旋测微器测量金属丝直径，并重复 6 次
- (3) 调节光杠杆，使得光杠杆后足落在管制器中，前足落在凹槽中
- (4) 调节望远镜、直尺和光杠杆三者之间的相对位置，调节望远镜目镜及物镜焦距，使标尺像清晰
- (5) 砝码托的质量为  $m_0$ ，记录望远镜中标尺的初始读数  $b_0$  作为钢丝的起始长度
- (6) 在砝码托上逐次加相同质量的砝码，记录每增加一个砝码时望远镜中标尺上的读数  $b_i$ ，重复 7 次该过程。然后再将砝码逐次减去，记下对应的读数  $b_i'$ ，取相同砝码的两组数据平均值  $\bar{b}_i$
- (7) 使用卷尺测量金属丝长度  $L$ ，平面镜与标尺之间距离  $D$ ，以及光杠杆的臂长  $l$ ，重复 3 次

### 4. 数据分析

#### (1) 测量记录

表 1.  $b_i' - F_i$  原始数据

悬吊质量 $m$	拉力 $F_i$	加载时读数 $b_i/cm$	卸载时读数 $b_i'/cm$	平均读数 $\bar{b}_i/cm$
$m_0$	$m_0$	0	0.10	0.05
$m_0 + 500\text{ g}$	$m_0g+5N$	1.69	1.82	1.755
$m_0 + 1000\text{ g}$	$m_0g+10N$	3.39	3.50	3.445
$m_0 + 1500\text{ g}$	$m_0g+15N$	4.81	5.15	4.98
$m_0 + 2000\text{ g}$	$m_0g+20N$	6.70	7.00	6.85
$m_0 + 2500\text{ g}$	$m_0g+25N$	8.30	8.50	8.40
$m_0 + 3000\text{ g}$	$m_0g+30N$	9.95	10.01	9.98
$m_0 + 3500\text{ g}$	$m_0g+35N$	11.60	11.60	11.60

表 2. 其他物理量原始数据

镜面到标尺距离 $D/cm$	146.95	146.45	146.70			
光杠杆臂长 $l/cm$	7.09	7.10	7.10			
钢丝初始长 $L/cm$	106.95	107.01	107.02			
螺旋测微器空程 $d_0/mm$	-0.003	-0.005	-0.005	-0.004	-0.005	-0.005
螺旋测微器读数 $d_1/mm$	0.295	0.292	0.291	0.289	0.292	0.291
钢丝直径 $d/mm$	0.298	0.297	0.296	0.293	0.297	0.296

## (2) 数据处理

以  $F - m_0$  为横轴,  $b_i$  为纵轴, 描出散点图, 如图 2, 并使用最小二乘法拟合得到斜率

$$m = 0.33026 \text{ cm/N}$$

截距

$$b = 0.10292 \text{ cm}$$

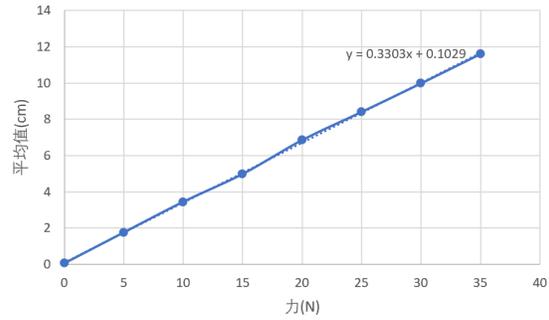


图 2. 实验数据处理

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{Fb} - \overline{F} \cdot \overline{b}}{\sqrt{(\overline{F^2} - \overline{F}^2)(\overline{b^2} - \overline{b}^2)}} = 0.99983926$$

斜率标准差

$$s_m = |m| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 0.0024178 \text{ cm/N}$$

标尺到平面镜的距离  $D$  的平均值

$$\overline{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = \frac{146.95 + 146.45 + 146.7}{3} \text{ cm} = 146.7 \text{ cm}$$

标尺到平面镜的距离  $D$  的标准差

$$\begin{aligned} \sigma_D &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \overline{D})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(146.95 - 146.7)^2 + (146.45 - 146.7)^2 + (146.7 - 146.7)^2}{3-1}} \text{ cm} \\ &= 0.25 \text{ cm} \end{aligned}$$

本实验中, 钢卷尺误差  $\Delta_{\text{仪}} = 0.12 \text{ cm}$  估计误差  $\Delta_{\text{估}} = 0.05 \text{ cm}$ , 故标尺到平面镜的距离  $D$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,D} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.13 \text{ cm}$$

标尺到平面镜的距离  $D$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned} U_{D,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,D}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(4.3 \times \frac{0.25}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.13}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.62644 \text{ cm}, P = 0.95 \end{aligned}$$

光杠杆的臂长  $l$  的平均值

$$\overline{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = \frac{7.09 + 7.1 + 7.1}{3} \text{ cm} = 7.0967 \text{ cm}$$

光杠杆的臂长  $l$  的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_l &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(7.09 - 7.0967)^2 + (7.1 - 7.0967)^2 + (7.1 - 7.0967)^2}{3-1}} \text{ cm} \\ &= 0.0057735 \text{ cm}\end{aligned}$$

光杠杆的臂长  $l$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.13 \text{ cm}$$

光杠杆的臂长  $l$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{l,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(4.3 \times \frac{0.0057735}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.13}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.086134 \text{ cm}, P = 0.95\end{aligned}$$

钢丝原长  $L$  的平均值

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i = \frac{106.95 + 107.01 + 107.02}{3} \text{ cm} = 106.99 \text{ cm}$$

钢丝原长  $L$  的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_L &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(106.95 - 106.99)^2 + (107.01 - 106.99)^2 + (107.02 - 106.99)^2}{3-1}} \text{ cm} \\ &= 0.037859 \text{ cm}\end{aligned}$$

钢丝原长  $L$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,L} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.13 \text{ cm}$$

钢丝原长  $L$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{L,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,L}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(4.3 \times \frac{0.037859}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.13}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.12668 \text{ cm}, P = 0.95\end{aligned}$$

钢丝直径  $d$  的平均值

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = \frac{0.298 + 0.297 + 0.296 + 0.293 + 0.297 + 0.296}{6} \text{ mm} = 0.29617 \text{ mm}$$

钢丝直径  $d$  的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_d &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \\ &= 0.0017224 \text{ mm}\end{aligned}$$

钢丝直径  $d$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,d} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.005^2} \text{ mm} = 0.0064031 \text{ mm}$$

钢丝直径  $d$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{d,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,d}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.0017224}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.0064031}{3}\right)^2} \text{ mm} \\ &= 4.557 \times 10^{-3} \text{ mm}, P = 0.95\end{aligned}$$

杨氏模量

$$E = \frac{8DL}{\pi d^2 l m} = 1.9442 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

杨氏模量  $E$  的延伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{E,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial D} U_{D,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L} U_{L,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} U_{d,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial l} U_{l,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial m} U_{m,P}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{8L}{\pi d^2 l m} U_{D,P}\right)^2 + \left(\frac{8D}{\pi d^2 l m} U_{L,P}\right)^2 + \left(-\frac{16DL}{\pi d^3 l m} U_{d,P}\right)^2 + \left(-\frac{8DL}{\pi d^2 l^2 m} U_{l,P}\right)^2 + \left(-\frac{8DL}{\pi d^2 l m^2} U_{m,P}\right)^2} \\ &= 6.6432 \times 10^5 \text{ N/cm}^2, P = 0.95\end{aligned}$$

杨氏模量最终结果

$$E = (1.94 \pm 0.07) \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

## 5. 误差分析

由于仪器限制及实验时操作的影响，对于各个物理量的测量存在误差

1. 受到支架等实验器材的空间限制，钢丝长度  $L$ ，标尺到平面镜的距离  $D$  无法准确测量
2. 钢丝老化，各处直径不一，使得  $F-\Delta L$  非线性
3. 光杠杆易受扰动，容易造成标尺离开视野中心
4. 砝码生锈严重，质量增加

## 6. 思考题

6.1 利用光杠杆把测微小长度  $L$  变成测  $b$ , 光杠杆的放大率为  $2D/L$ , 根据此式能否以增加  $D$  减小  $l$  来提高放大率, 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑这个问题?

有好处, 根据公式可知放大率增大, 读数的偶然误差影响更小

但是增加  $D$  是有限度的, 一方面  $D$  过大会导致装置的稳定性变差, 抗外界干扰力变差, 另一方面受到钢卷尺的柔性性质,  $D$  过大难以拉直, 难以精确测量  $D$  的值, 另一方面  $D$  过大可能会导致  $\Delta L$  过大, 超过标尺量程

减少  $l$  也有限度, 一方面  $l$  的减小受到工作平台上凹槽等物理因素影响, 另一方面  $l$  过小可能会导致  $\Delta L$  过大, 超过标尺量程

6.2 实验中, 各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的, 为什么?

对金属丝的长度  $L$ 、平面镜与标尺之间的距离  $D$ , 其均大于  $1\text{m}$ , 若使用钢卷尺,  $L, D$  的 B 类不确定度  $\Delta_B = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.13 \text{ cm}$ ,  $\frac{\Delta_B}{L}$  与  $\frac{\Delta_B}{D} < 0.13\%$ , 很小, 再考虑量程因素, 故使用量程为  $2\text{m}$  的钢卷尺

对钢丝直径  $d$ , 其很较小, 故使用螺旋测微器, B 类不确定度  $\Delta_B = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.005^2} \text{ mm} = 0.0064031 \text{ mm}$ ,  $\frac{\Delta_B}{d} \approx 0.18\%$ , 很小, 故使用螺旋测微器

对光杠杆臂长  $l$ , 其  $\approx 7\text{cm}$ , 若使用直尺 B 类不确定度  $\Delta_B = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.13 \text{ cm}$ ,  $\frac{\Delta_B}{l} \approx 1.8\%$ , 很小, 考虑量程因素, 故采用量程为  $15\text{cm}$  的直尺

## 致谢

感谢中国科学技术大学物理实验教学中心和李婉清老师

## 参考文献

- [1] 吴泳华, 霍剑青, 浦其荣. 大学物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2005.11, 137-141
- [2] 张志东, 魏怀鹏, 展永. 大学物理实验 (第四版), 2011.8, 北京: 科学出版社, 129-134
- [3] 徐建强, 徐荣历. 大学物理实验 (第二版). 北京: 科学教育出版社, 20014.1, 220-225
- [4] 孙丽媛, 祖新慧. 大学物理实验. 北京: 清华大学出版社, 2014.4, 42-46
- [5] 江美福, 方建性. 大学物理实验教程. 北京: 科学出版社, 2009.08 104-106
- [6] 张海鲲, 邵明辉, 崔晓军. 大学物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2015.8, 153-157
- [7] 毛爱华, 武娥. 大学物理实验. 北京: 机械工业出版社, 2015.1, 53-56